

सम्मिश्र संख्याएँ और द्विघातीय समीकरण

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» सम्मिश्र संख्याओं की आवश्यकता

प्रश्न 1 (आसान). समीकरण $x^2 + 9 = 0$ का वास्तविक हल क्यों नहीं है?

उत्तर – क्योंकि $x^2 = -9$ होता है, और किसी भी वास्तविक संख्या का वर्ग ऋणात्मक नहीं हो सकता।

प्रश्न 2 (आसान). सम्मिश्र संख्याएँ किस प्रकार के समीकरणों को हल करने में मदद करती हैं?

उत्तर – ऐसे द्विघातीय समीकरणों को जिनमें $b^2 - 4ac < 0$ आता है, यानी जिनका वास्तविक हल नहीं होता।

प्रश्न 3 (मध्यम). अगर समीकरण $x^2 - 4 = 0$ होता, तो क्या हमें सम्मिश्र संख्याओं की आवश्यकता पड़ती? क्यों?

उत्तर – नहीं, क्योंकि $x^2 - 4 = 0$ का वास्तविक हल $x^2 = 4$ है, जिससे $x = \pm 2$ मिलता है। ये वास्तविक संख्याएँ हैं, इसलिए सम्मिश्र संख्याओं की आवश्यकता नहीं होती।

प्रश्न 4 (कठिन). गणित में एक नई संख्या प्रणाली (जैसे सम्मिश्र संख्याएँ) की आवश्यकता कब महसूस होती है? एक उदाहरण देकर समझाओ।

उत्तर – गणित में नई संख्या प्रणाली की आवश्यकता तब महसूस होती है जब मौजूदा संख्या प्रणाली किसी विशेष समस्या या समीकरण का हल प्रदान करने में असमर्थ होती है। उदाहरण के लिए, जब हमने देखा कि समीकरण $x^2 = -1$ का कोई वास्तविक हल नहीं है, तो हमें सम्मिश्र संख्याओं की आवश्यकता हुई ताकि हम ऐसे समीकरणों को हल कर सकें।

» काल्पनिक इकाई 'i' और सम्मिश्र संख्या की परिभाषा

प्रश्न 5 (आसान). संख्या $2 + 3i$ में i^2 का मान क्या होगा?

उत्तर – -1

प्रश्न 6 (आसान). निम्नलिखित में से कौन-सी सम्मिश्र संख्या है: 5, -8i, $1/2 + 0i$?

उत्तर – तीनों (5 को $5+0i$, -8i को $0-8i$ और $1/2+0i$ को $1/2+0i$ लिखा जा सकता है)

प्रश्न 7 (मध्यम). समीकरण $x^2 + 4 = 0$ को हल करने पर x का मान 'i' के रूप में क्या होगा?

उत्तर – $x = \pm 2i$

प्रश्न 8 (कठिन). अगर एक सम्मिश्र संख्या $z = 1/2 + i3/2$ है, तो इसका वास्तविक भाग और काल्पनिक भाग क्या है?

उत्तर – वास्तविक भाग = $1/2$, काल्पनिक भाग = $3/2$

» दो सम्मिश्र संख्याओं की समानता

प्रश्न 9 (आसान). यदि $a + ib = 5 + 2i$ है, तो a और b का मान क्या होगा?

उत्तर – $a = 5$, $b = 2$

प्रश्न 10 (आसान). यदि $(x+1) + i(y-3) = 7 + i(4)$ है, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $x = 6$, $y = 7$

प्रश्न 11 (मध्यम). यदि $(2x - 3) + i(y + 1) = 5 - i(2)$ है, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $x = 4$, $y = -3$

प्रश्न 12 (कठिन). यदि $(x/2 - 1) + i(y/3 + 2) = 4 + i(-1)$ है, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $x = 10, y = -9$

» सम्मिश्र संख्याओं का योग और उनके गुणधर्म

प्रश्न 13 (आसान). $(3 + 2i) + (1 + 5i)$ का योग ज्ञात करें।

उत्तर – $4 + 7i$

प्रश्न 14 (आसान). $(5 - 4i) + (2 + i)$ का योग ज्ञात करें।

उत्तर – $7 - 3i$

प्रश्न 15 (मध्यम). यदि $z_1 = -6 + 3i$ और $z_2 = 5 - 8i$ है, तो $z_1 + z_2$ क्या होगा?

उत्तर – $-1 - 5i$

प्रश्न 16 (कठिन). दिखाइए कि $(3 + 4i) + (-3 - 4i) = 0$ है। यह कौन सा गुणधर्म दर्शाता है?

उत्तर – $0 + 0i = 0$. यह 'योगात्मक प्रतिलोम' का गुणधर्म दर्शाता है।

» सम्मिश्र संख्याओं का अंतर

प्रश्न 17 (आसान). यदि $z_1 = (7 + 2i)$ और $z_2 = (3 + i)$ है, तो $z_1 - z_2$ ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $4 + i$

प्रश्न 18 (आसान). यदि $z_1 = (4 - 5i)$ और $z_2 = (1 - 2i)$ है, तो $z_1 - z_2$ ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $3 - 3i$

प्रश्न 19 (मध्यम). यदि $z_1 = (-5 + 6i)$ और $z_2 = (2 + 3i)$ है, तो $z_1 - z_2$ ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $-7 + 3i$

प्रश्न 20 (कठिन). यदि $z_1 = (3 + i2)$ और $z_2 = (3 - i2)$ है, तो $z_1 - z_2$ ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $0 + 2i2$

» सम्मिश्र संख्याओं का गुणन और उनके गुणधर्म

प्रश्न 21 (आसान). गुणा करें: $(1 + i)$ और $(1 + i)$

उत्तर – $i2$

प्रश्न 22 (आसान). गुणा करें: $(2 - i)$ और $(1 + i)$

उत्तर – $3 + i$

प्रश्न 23 (मध्यम). गुणा करें: $(-3 + i2)$ और $(4 - i5)$

उत्तर – $-2 + i23$

प्रश्न 24 (कठिन). यदि $z_1 = (1 + i3)$ और $z_2 = (3 + i)$, तो $z_1 z_2$ ज्ञात करें।

उत्तर – $0 + i4$

» सम्मिश्र संख्याओं का भागफल

प्रश्न 25 (आसान). $z = 1 + i$ और $z = 1 - i$ का भागफल ज्ञात करें।

उत्तर – i

प्रश्न 26 (आसान). $z = 4 + 2i$ और $z = 2$ का भागफल ज्ञात करें।

उत्तर – $2 + i$

प्रश्न 27 (मध्यम). $z = 3 - 2i$ और $z = 1 + 2i$ का भागफल ज्ञात करें।

उत्तर – $-1/5 - (8/5)i$

प्रश्न 28 (कठिन). यदि $z = (1 + i) / (1 - i)$, तो z^2 ज्ञात करें।

उत्तर – -1

» i की घातें

प्रश्न 29 (आसान). i का मान क्या है?

उत्तर – -1

प्रश्न 30 (आसान). i^1 का मान क्या है?

उत्तर – -1

प्रश्न 31 (मध्यम). i^{23} का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $-i$

प्रश्न 32 (कठिन). $i + i$ का मान क्या होगा?

उत्तर – $-i + 1$

» ऋणात्मक वास्तविक संख्या के वर्गमूल

प्रश्न 33 (आसान). $\sqrt{-49}$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $\sqrt{7}i$

प्रश्न 34 (आसान). $\sqrt{-100}$ को i के पदों में व्यक्त कीजिए।

उत्तर – $\sqrt{10}i$

प्रश्न 35 (मध्यम). $\sqrt{-25 - 36i}$ का मान क्या होगा?

उत्तर – $\sqrt{5}i - 6i = -i$

प्रश्न 36 (कठिन). $\sqrt{-5 * -7}$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $\sqrt{(5i) * (7i)} = 35i^2 = -35$

» सम्मिश्र संख्याओं के लिए तत्समक

प्रश्न 37 (आसान). $(1 + i)^2$ को $a + bi$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

उत्तर – $2i$

प्रश्न 38 (आसान). $(1 - 2i)^2$ को $a + bi$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

उत्तर – $-3 - 4i$

प्रश्न 39 (मध्यम). $(1 + i)^3$ को $a + bi$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

उत्तर – $-2 + 2i$

प्रश्न 40 (कठिन). $(3 + i)^2$ को $a + bi$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

उत्तर – $2 + 23i$

» सम्मिश्र संख्या का मापांक

प्रश्न 41 (आसान). $z = 3 + 4i$ का मापांक क्या है?

उत्तर – 5

प्रश्न 42 (आसान). $z = -1 - i$ का मापांक क्या है?

उत्तर – 2

प्रश्न 43 (मध्यम). $z = 2 - 3i$ का मापांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 13

प्रश्न 44 (कठिन). यदि $z = (1+i)^2$ है, तो $|z|$ ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 2 (पहले z को $a+ib$ के रूप में बदलें: $(1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 1 + 2i - 1 = 2i$. फिर $|2i| = (0^2 + 2^2) = 2$)

» सम्मिश्र संख्या का संयुग्मी

प्रश्न 45 (आसान). $z = 2 + 5i$ का संयुग्मी क्या है?

उत्तर – $2 - 5i$

प्रश्न 46 (आसान). $z = 8 - i$ का संयुग्मी क्या है?

उत्तर – $8 + i$

प्रश्न 47 (मध्यम). $z = -10 - 3i$ का संयुग्मी क्या है?

उत्तर – $-10 + 3i$

प्रश्न 48 (कठिन). अगर $z = 7i$ है, तो इसका संयुग्मी क्या होगा?

उत्तर – $-7i$ (क्योंकि वास्तविक भाग 0 है, इसलिए $0 - 7i$)

» आर्गंड तल और ज्यामितीय निरूपण

प्रश्न 49 (आसान). सम्मिश्र संख्या ' $z = 5 + 6i$ ' का वास्तविक और काल्पनिक भाग बताएं।

उत्तर – वास्तविक भाग = 5, काल्पनिक भाग = 6

प्रश्न 50 (आसान). बिंदु ' $(-1, 4)$ ' किस सम्मिश्र संख्या को दर्शाता है?

उत्तर – ' $z = -1 + 4i$ '

प्रश्न 51 (मध्यम). ' $z = -7i$ ' को आर्गंड तल में कैसे दर्शाएंगे?

उत्तर – यहां वास्तविक भाग '0' है, और काल्पनिक भाग '-7' है। तो, बिंदु ' $(0, -7)$ ' पर। यह काल्पनिक अक्ष पर होगा।

प्रश्न 52 (कठिन). अगर ' $z = (1/2) + (3/4)i$ ' है, तो इसे आर्गंड तल में कैसे दर्शाएंगे?

उत्तर – यह बिंदु ' $(1/2, 3/4)$ ' पर होगा। वास्तविक अक्ष पर ' $1/2$ ' और काल्पनिक अक्ष पर ' $3/4$ '।

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. समीकरण $x^2 + 4 = 0$ को हल करने के लिए सम्मिश्र संख्याओं की आवश्यकता क्यों पड़ती है?

› सबसे पहले, समीकरण को वास्तविक हल के लिए जांचें: $x^2 + 4 = 0$.

› इसे हल करने पर हमें $x^2 = -4$ मिलता है।

› अब हम जानते हैं कि किसी भी वास्तविक संख्या का वर्ग ऋणात्मक नहीं हो सकता। जैसे, $(2)^2 = 4$ और $(-2)^2 = 4$, कभी भी -4 नहीं आ सकता।

› क्योंकि $x^2 = -4$ का कोई वास्तविक हल नहीं है, इसलिए इसे हल करने के लिए हमें एक नई संख्या प्रणाली, सम्मिश्र संख्याओं की आवश्यकता होती है, जहाँ हम $x = (-4) = 2i$ लिख सकते हैं।

उत्तर – समीकरण $x^2 + 4 = 0$ को हल करने के लिए सम्मिश्र संख्याओं की आवश्यकता पड़ती है क्योंकि इसका वास्तविक संख्या प्रणाली में कोई हल नहीं है। $x^2 = -4$, जो कि किसी वास्तविक संख्या के वर्ग के लिए असंभव है।

उदाहरण 2. सम्मिश्र संख्या $7 - 5i$ में वास्तविक भाग (Real Part) और काल्पनिक भाग (Imaginary Part) पहचानिए।

- › हमें दी गई सम्मिश्र संख्या है: $7 - 5i$
- › इसकी तुलना सम्मिश्र संख्या के मानक रूप ' $a + ib$ ' से करें।
- › यहाँ ' a ' के स्थान पर 7 है, जो वास्तविक भाग है।
- › और ' b ' के स्थान पर -5 है (ध्यान दें, ' i ' के साथ वाली संख्या, चिन्ह के साथ), जो काल्पनिक भाग है।

उत्तर – वास्तविक भाग = 7, काल्पनिक भाग = -5

उदाहरण 3. यदि $4x + i(3x - y) = 3 + i(-6)$ है, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

- › यहाँ दो सम्मिश्र संख्याएँ बराबर दी गई हैं: $4x + i(3x - y) = 3 + i(-6)$
- › समानता के नियम से, हम वास्तविक भागों को एक साथ और काल्पनिक भागों को एक साथ बराबर करेंगे।
- › वास्तविक भाग: $4x = 3$
- › काल्पनिक भाग: $3x - y = -6$
- › पहली समीकरण से, $x = 3/4$
- › x का मान दूसरी समीकरण में रखने पर: $3(3/4) - y = -6$
- › $9/4 - y = -6$
- › $y = 9/4 + 6 = 9/4 + 24/4 = 33/4$

उत्तर – $x = 3/4$, $y = 33/4$

उदाहरण 4. दो सम्मिश्र संख्याओं $z_1 = 4 + 7i$ और $z_2 = 2 - 3i$ का योग ज्ञात कीजिए।

- › हमें $z_1 = 4 + 7i$ और $z_2 = 2 - 3i$ दिया गया है।
- › योग के नियम के अनुसार, हम 'वास्तविक भागों' को एक साथ जोड़ेंगे और 'काल्पनिक भागों' को एक साथ जोड़ेंगे।
- › वास्तविक भाग: $4 + 2 = 6$
- › काल्पनिक भाग: $7 + (-3) = 7 - 3 = 4$
- › तो, $z_1 + z_2 = (4 + 2) + i(7 - 3)$ होगा।
- › इसे हल करने पर हमें मिलता है: $6 + 4i$

उत्तर – $z_1 + z_2 = 6 + 4i$

उदाहरण 5. यदि $z_1 = (6 + 3i)$ और $z_2 = (2 - i)$ है, तो $z_1 - z_2$ ज्ञात कीजिए।

- › हमें $z_1 = (6 + 3i)$ और $z_2 = (2 - i)$ दिया गया है।
- › सबसे पहले, z_2 का 'योगात्मक प्रतिलोम' ($-z_2$) निकालेंगे। $z_2 = (2 - i)$ है, तो $-z_2 = -(2 - i) = -2 + i$ होगा।
- › अब, 'सूत्र' लगाएंगे: $z_1 - z_2 = z_1 + (-z_2)$ ।
- › तो, $z_1 - z_2 = (6 + 3i) + (-2 + i)$ ।
- › अब 'वास्तविक भागों' को एक साथ जोड़ेंगे: $(6 + (-2)) = 6 - 2 = 4$ ।
- › और 'काल्पनिक भागों' को एक साथ जोड़ेंगे: $(3i + i) = 4i$ ।
- › तो, $z_1 - z_2 = 4 + 4i$ ।

उत्तर – $z_1 - z_2 = 4 + 4i$

उदाहरण 6. गुणा करें: $(3 + i5)$ और $(2 + i6)$

- › हमें गुणा करना है $z_1 = (3 + i5)$ और $z_2 = (2 + i6)$ को।
- › हम 'formula' का इस्तेमाल करेंगे: $z_1 z_2 = (ac - bd) + i(ad + bc)$ ।
- › यहाँ $a = 3$, $b = 5$, $c = 2$, $d = 6$ है।
- › सबसे पहले 'real part' निकालेंगे: $(ac - bd) = (3 \times 2 - 5 \times 6) = (6 - 30) = -24$ ।
- › अब 'imaginary part' निकालेंगे: $(ad + bc) = (3 \times 6 + 5 \times 2) = (18 + 10) = 28$ ।
- › तो, $z_1 z_2 = -24 + i28$ ।

उत्तर – $-24 + i28$

उदाहरण 7. सम्मिश्र संख्याओं $z = 6 + 3i$ और $z = 2 - i$ का भागफल ज्ञात कीजिए।

- › हमें ' z / z ' ज्ञात करना है।
- › पहले ' z ' का 'conjugate' निकालते हैं। ' $z = 2 - i$ ' है, तो इसका 'conjugate' ' $2 + i$ ' होगा।
- › अब ' z / z ' को 'denominator' के 'conjugate' से गुणा और भाग करते हैं:
- › $z / z = (6 + 3i) / (2 - i) \times (2 + i) / (2 + i)$
- › ऊपर की गुणा करें: $(6 + 3i)(2 + i) = (6 \times 2 - 3 \times 1) + i(6 \times 1 + 3 \times 2) = (12 - 3) + i(6 + 6) = 9 + 12i$
- › नीचे की गुणा करें: $(2 - i)(2 + i) = 2^2 - (i)^2 = 4 - (-1) = 4 + 1 = 5$
- › तो अब हमें मिला: $(9 + 12i) / 5$
- › इसे अलग-अलग 'real' और 'imaginary parts' में लिखते हैं: $9/5 + (12/5)i$

उत्तर – $z / z = 9/5 + (12/5)i$

उदाहरण 8. मान ज्ञात कीजिए: i

- › सबसे पहले, 50 को 4 से भाग देंगे।
- › $50 \div 4 = 12$ और शेषफल (remainder) 2 आता है।
- › तो, i को $i^{(4 \times 12 + 2)}$ लिखा जा सकता है।
- › अब, हम जानते हैं कि i हमेशा 1 होता है, तो $i^{(4 \times 12)}$ भी 1 होगा।
- › इसलिए, $i = i^{(\text{शेषफल})} = i^2$ होगा।
- › और हमें पता है कि $i^2 = -1$ होता है।

उत्तर – $i = -1$

उदाहरण 9. ' $-9 + -16i$ ' का मान ज्ञात कीजिए।

- › सबसे पहले, ' -9 ' को सरल करें। हमें पता है कि ' $-9 = (9 * -1) = 9 * -1 = 3i$ '.
- › अगले स्टेप में, ' $-16i$ ' को सरल करें। ' $-16i = (16 * -1) = 16 * -1 = 4i$ '.
- › अब दोनों मानों को जोड़ें: ' $3i + 4i$ '.
- › परिणाम होगा ' $(3 + 4)i = 7i$ '.

उत्तर – ' $7i$ '

उदाहरण 10. $(2 + 3i)^2$ को $a + bi$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

- › हम जानते हैं कि $(z_1 + z_2)^2 = z_1^2 + 2z_1z_2 + z_2^2$ ।
- › यहाँ $z_1 = 2$ और $z_2 = 3i$ है।
- › सूत्र में मान रखने पर: $(2 + 3i)^2 = 2^2 + 2(2)(3i) + (3i)^2$
- › गणना करने पर: $= 4 + 12i + 9i^2$
- › हमें पता है कि $i^2 = -1$ होता है। तो: $= 4 + 12i + 9(-1)$
- › $= 4 + 12i - 9$
- › $= (4 - 9) + 12i$

उत्तर – $= -5 + 12i$

उदाहरण 11. सम्मिश्र संख्या $z = -5 + 12i$ का मापांक ज्ञात कीजिए।

- › यहाँ $z = a + ib$ के रूप में है, जहाँ $a = -5$ (वास्तविक भाग) और $b = 12$ (काल्पनिक भाग का गुणांक)।
- › मापांक का सूत्र है: $|z| = (a^2 + b^2)^{1/2}$ ।
- › सूत्र में मान रखने पर: $|z| = ((-5)^2 + (12)^2)^{1/2}$ ।
- › वर्ग करने पर: $|z| = (25 + 144)^{1/2}$ ।
- › जोड़ने पर: $|z| = (169)^{1/2}$ ।
- › वर्गमूल निकालने पर: $|z| = 13$ ।

उत्तर – $z = -5 + 12i$ का मापांक 13 है।

उदाहरण 12. सम्मिश्र संख्या $z = -7 + 6i$ का संयुग्मी ज्ञात कीजिए।

- › दी गई सम्मिश्र संख्या है $z = -7 + 6i$.
- › संयुग्मी ज्ञात करने के लिए, हम काल्पनिक भाग (imaginary part) का चिन्ह बदलते हैं, जबकि वास्तविक भाग (real part) वही रहता है।
- › यहाँ वास्तविक भाग 'a' = -7 है और काल्पनिक भाग 'b' = 6 है।
- › काल्पनिक भाग $6i$ का चिन्ह बदलकर $-6i$ करेंगे।

उत्तर – तो z का संयुग्मी $z = -7 - 6i$ होगा।

उदाहरण 13. सम्मिश्र संख्या ' $z = 2 - 3i$ ' को आर्गंड तल में दर्शाइए।

- › सबसे पहले, सम्मिश्र संख्या ' $z = 2 - 3i$ ' में वास्तविक भाग ('real part') और काल्पनिक भाग ('imaginary part') की पहचान करेंगे।
- › यहां 'real part' (x) = 2 है।
- › और 'imaginary part' (y) = -3 है। (ध्यान दें, 'i' के साथ का गुणांक ही 'y' है)
- › अब, हम इस सम्मिश्र संख्या को एक बिंदु ' (x, y) ' के रूप में लिखेंगे, जो कि '(2, -3)' है।
- › आर्गंड तल में, वास्तविक अक्ष ('Real Axis') पर '2' पर जाएंगे।
- › और काल्पनिक अक्ष ('Imaginary Axis') पर '-3' पर जाएंगे।
- › इन दोनों बिंदुओं के कटान बिंदु ('intersection point') पर, हम ' $z = 2 - 3i$ ' को दर्शा देंगे।

उत्तर – बिंदु '(2, -3)' को आर्गंड तल में दर्शाना। यह बिंदु वास्तविक अक्ष पर 2 इकाई दाईं ओर और काल्पनिक अक्ष पर 3 इकाई नीचे होगा।

बोर्ड परीक्षा के लिए खास

- यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है क्योंकि यह पूरे अध्याय का आधार है। अक्सर 'क्यों सम्मिश्र संख्याओं की आवश्यकता हुई?' इस पर सीधे सवाल आ जाता है या फिर ' $x^2 = -k$ ' (जहाँ $k > 0$) वाले समीकरणों का हल निकालने के लिए इसका प्रयोग होता है।
- बोर्ड परीक्षा में, ' $i^2 = -1$ ' का सही उपयोग करना और सम्मिश्र संख्या के 'वास्तविक' और 'काल्पनिक' भागों को ठीक से पहचानना बहुत ज़रूरी है।
- यह नियम बोर्ड परीक्षा में अक्सर x और y के मान ज्ञात करने वाले छोटे प्रश्नों में पूछा जाता है। उदाहरण 1 की तरह के प्रश्न बहुत आम हैं।
- योग के गुणधर्म, खासकर 'योगात्मक तत्समक' और 'योगात्मक प्रतिलोम', अक्सर छोटे सवालों में या 'True/False' में पूछे जाते हैं। इन्हें ध्यान से समझना।
- यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए महत्वपूर्ण है क्योंकि यह गुणा और भाग जैसे अधिक जटिल संक्रियाओं का आधार है। इसमें चिन्हों की गलती से बचना ज़रूरी है।
- गुणात्मक प्रतिलोम और बंटन नियम पर आधारित प्रश्न अक्सर बोर्ड परीक्षाओं में पूछे जाते हैं, इसलिए इन 'properties' को अच्छे से समझना और याद करना बहुत ज़रूरी है।
- यह भागफल वाला सवाल अक्सर '2-3 marks' में पूछ लिया जाता है, खासकर जब हर में 'complex number' हो। 'conjugate' से गुणा करने के स्टेप्स ध्यान से देखना।
- यह 'i की घातें' वाला कॉन्सेप्ट अक्सर बोर्ड एग्जाम्स में 'multiple-choice questions' या छोटे 2-3 नंबर के सवालों में आता है, तो इसे अच्छे से समझना ज़रूरी है ताकि आपके नंबर पक्के हों।
- यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है क्योंकि इससे सीधे 'i' से संबंधित प्रश्न आते हैं, खासकर गुणा वाले नियमों की सावधानियों पर।
- बोर्ड परीक्षा में, इन तत्समकों का उपयोग करके जटिल सम्मिश्र व्यंजकों को सरल करने या उन्हें $a + bi$ के रूप में व्यक्त करने के प्रश्न अक्सर आते हैं। सीधे सूत्र का प्रयोग करके समय बचा सकते हैं।

- संयुग्मी पर आधारित सीधा प्रश्न या गुणा/भाग में संयुग्मी का उपयोग बोर्ड परीक्षाओं में अक्सर आता है, इसलिए इसे अच्छे से समझ लें।
- आर्गंड तल पर बिंदुओं को सही चतुर्थांश में दर्शाना (जैसे $(-x, -y)$ तीसरे चतुर्थांश में) महत्वपूर्ण है। अक्षों को सही लेबल करना न भूलें: वास्तविक अक्ष और काल्पनिक अक्ष।

एक नज़र में रिवीज़न

- › $x^2+1=0$ जैसे समीकरणों का वास्तविक हल न होने पर सम्मिश्र संख्याओं की आवश्यकता पड़ी।
- › $i^2 = -1$; सम्मिश्र संख्या $z = a + ib$; $a =$ वास्तविक भाग, $b =$ काल्पनिक भाग
- › $z = a + ib$, $\bar{z} = c + id$; यदि $\bar{\bar{z}} = z$, तब $a=c$ और $b=d$ ।
- › वास्तविक को वास्तविक से, काल्पनिक को काल्पनिक से जोड़ो; 5 गुणधर्म याद रखो।
- › $z_1 - z_2 = (\text{वास्तविक भाग का अंतर}) + i(\text{काल्पनिक भाग का अंतर})$
- › दो सम्मिश्र संख्याओं का गुणन: $z_1 z_2 = (ac-bd) + i(ad+bc)$; $i^2=-1$
- › भागफल = अंश $\times$ (हर के व्युत्क्रम)। हर के संयुग्मी से गुणा करें।
- › i की घातें हर 4 के बाद दोहराती हैं; घात को 4 से भाग दें, शेषफल ही नई घात।
- › $-a = a i$ ($a>0$); यदि $a, b < 0$, तो $a b = ab$
- › सम्मिश्र संख्याओं पर भी वास्तविक संख्याओं के बीजगणितीय तत्समक लागू होते हैं।
- › संयुग्मी: $z = a + ib$ तो $\bar{z} = a - ib$ (काल्पनिक भाग का चिन्ह बदलें)
- › Argand तल: $z = x + iy$ को बदि (x, y) द्वारा दर्शाना।